

# Risikoallokationsmodell (RA-Modell): Zeitliche Risikobelastung – Der kritische Erfolgsfaktor für Public Private Partnerships Teil 2

G. Girmscheid

**Zusammenfassung** Die Risikoverteilung bildet ein Schlüsselement für den langfristigen Erfolg einer Public Private Partnership (PPP). Aus einer Studie der ETH Zürich geht hervor, dass die Praxis über keine systematischen Konzepte verfügt, um die Risiken zwischen den Partnern aufzuteilen. Diese Aufteilung erfolgt weitgehend intuitiv, habitativ und opportunistisch. Das hier vorgestellte Risikoallokationsmodell (RA-Modell) versucht diese Lücke rational zu schließen, indem es

- die Aufteilung der Risiken so vornimmt, dass sie zur Risikokostenminimierung des Projektes führt,
- die zeitliche Risikoentwicklung mit der dazugehörigen Risikobelastung analysiert und
- die Risikotragfähigkeit des privaten Partners bzw. der Projektgesellschaft für die optimierte zeitlich veränderliche Risikobelastung untersucht.

Diese Publikation analysiert systematisch die zeitliche Risikoverteilung in einem PPP-Projekt und baut auf dem vorherigen Teil 1 „Risikominimierung“ [1] auf. Diese Publikation wird ergänzt durch den nachfolgenden Teil 3 „Risikotragfähigkeit“.

Damit erhält die Praxis ein Bewertungstool, mit dem die zeitliche Risikobelastung eines PPP-Projektes analysiert werden kann.

## Risk Allocation Model (RA Model): Temporal Risk Load – The critical success factor for public private partnerships, Part 2

**Abstract** Risk allocation is a key element driving the long term success of a public private partnership (PPP). A study conducted by ETH Zurich reveals that there are no systematic concepts available for practical application that divide the risks among the partners. The risks are largely allocated intuitively, habitatively and opportunistically. The risk allocation model (RA model) presented here tries to close this gap rationally by

- allocating the risks in such a manner as to minimize the risk costs of the project,
- to analyze the development of risks over time, together with the associated risk loads, and

**Prof. Dr.-Ing. Gerhard Girmscheid**

M.ASCE, John O. Bickel Award 2004 und 2005

Professor für Bauprozess- und

Bauunternehmensmanagement

Vorsteher Institut für Bau- und

Infrastrukturmanagement

ETH Zürich

CH-8093 Zürich

girmscheid@ibi.baug.ethz.ch

Tel. (+41) 44 633 37 87

Fax (+41) 44 633 14 52

- to examine the risk-bearing ability of the private partner or special purpose company for the optimized risk load as it changes over time.

This publication systematically analyzes the allocation over time of the risks associated with a PPP project and builds on the preceding Part 1 "Risk Minimization" [1]. The publication is completed by the subsequent Part 3 "Risk-Bearing Ability".

The model provides an evaluation tool for practical application that enables the analysis of the temporal risk load of a PPP project.

## 1 Einleitung

Die Publikation „Risikobelastung“ ist der zweite Teil des Risikoallokationsmodells (RA-Modell), das vom Verfasser an der ETH Zürich für Industriepartner entwickelt wurde. Dieser zweite Teil des RA-Modells baut auf der ersten Veröffentlichung „Risikominimierung“ im Bauingenieur [1] auf. In einer weiteren Veröffentlichung im Bauingenieur wird das RA-Modell durch den Teil „Risikotragfähigkeit“ vollständig vorgestellt.

## 2 PPP Risikoallokationsmodell (RA-Modell)

Das konstruktivistische, generisch-logische RA-Modell ist in drei Teile und sieben Module (Bild 1) strukturiert.

### Teil 1 – Risikominimierung, setzt sich aus folgenden Modulen zusammen:

- In Modul 1 (Risikoidentifikation) werden die Risiken identifiziert, system-theoretisch strukturiert sowie bewertet. Dadurch wird eine generisch-hierarchische Struktur über Risikofelder und deren Risikogruppen mit den jeweiligen Risikotypen und den Einzelrisiken bereitgestellt. Weiterhin werden die Risiken bezüglich ihrer Eintrittswahrscheinlichkeit und ihrer Tragweite analysiert, bewertet und gemäß ihrer Bedeutung klassifiziert [2].
- In Modul 2 (Risikoverteilung) werden die in Modul 1 identifizierten Risiken hinsichtlich ihrer Optimierbarkeit und hinsichtlich ihrer Beeinflussbarkeit und Auswirkungsminimierung in Szenarien strukturiert, um die kostenminimale Risikoallokation zu finden (ökonomisches Minimalprinzip).

### Teil 2 – Zeitliche Risikobelastung, setzt sich aus folgenden Modulen zusammen:

- In Modul 3 (zeitabhängige Klassifikation der Risiken) wird die Zeitabhängigkeit und die entsprechende Risikoentwicklung von den in Modul 1 identifizierten Risiken in PPP-Projekten analysiert. Außerdem werden die Risiken gemäß ihrem zeitbezogenen Auftreten in einmalige, aperiodische und periodische Risiken eingeteilt.

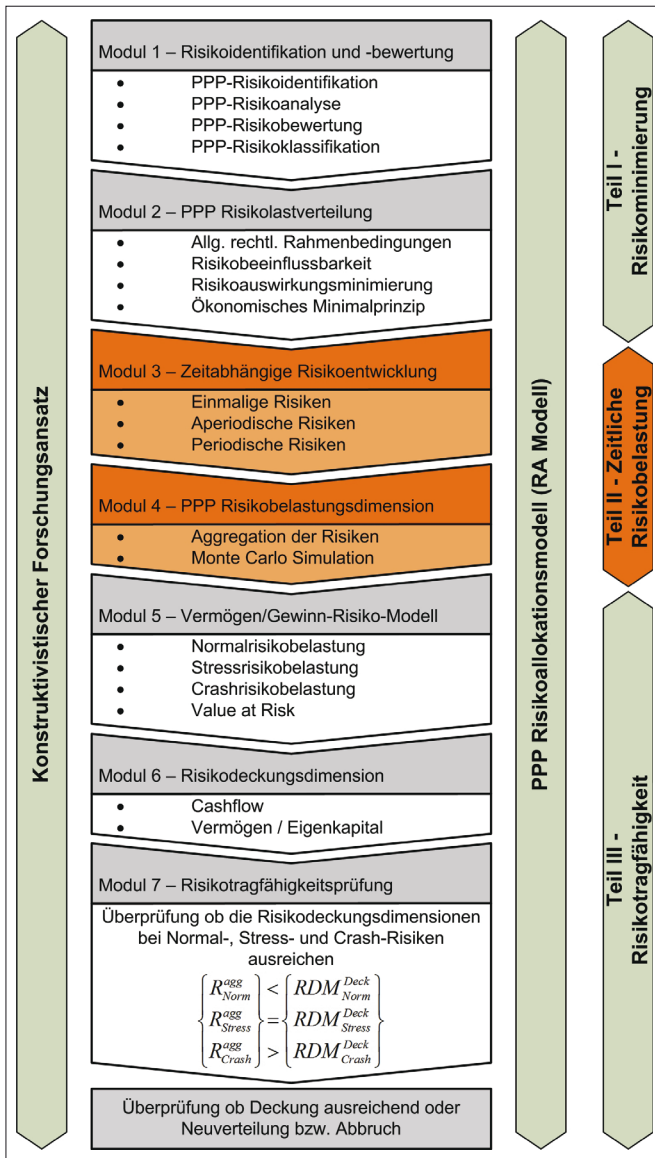


Bild 1. Risikoallokationsmodell (RA-Modell)  
Fig. 1. Risk allocation model (RA model)

- In Modul 4 (Risikoaggregation) werden die probabilistischen Risikokosten mittels Monte-Carlo-Simulation aggregiert.

**Teil 3 – Risikotragfähigkeit, setzt sich aus folgenden Modulen zusammen:**

- In Modul 5 (Vermögen/Gewinn-Risiko-Modell) werden die Belastungsszenarien gemäß Gefahrenpotential in Normal-, Stress- und Crashrisikobelastungen unterteilt.
- In Modul 6 (Risikodeckungsdimensionen) wird die Risikodeckung eines PPP-Projektes bzw. der PPP-Projektgesellschaft gemäß dem Grundkonzept nach Girmscheid [3] gebildet, indem der Cashflow und das Eigenkapital der Projektgesellschaft analysiert werden.
- In Modul 7 (Risikotragfähigkeitsprüfung) wird die Risikotragfähigkeit getestet. Das RA-Modell ermöglicht es dem Entscheidungsträger, die notwendige Risikodeckung zu jedem Zeitpunkt des PPP-Projektes für die Risikobelastung nach Normal-, Stress- oder Crash-Level zu ermitteln. Mit dem RA-Modell kann der Entscheidungsträger bewerten, ob genügend Risikodeckung für die nach dem ökonomischen Minimalprinzip ermittelte Risikovertei-

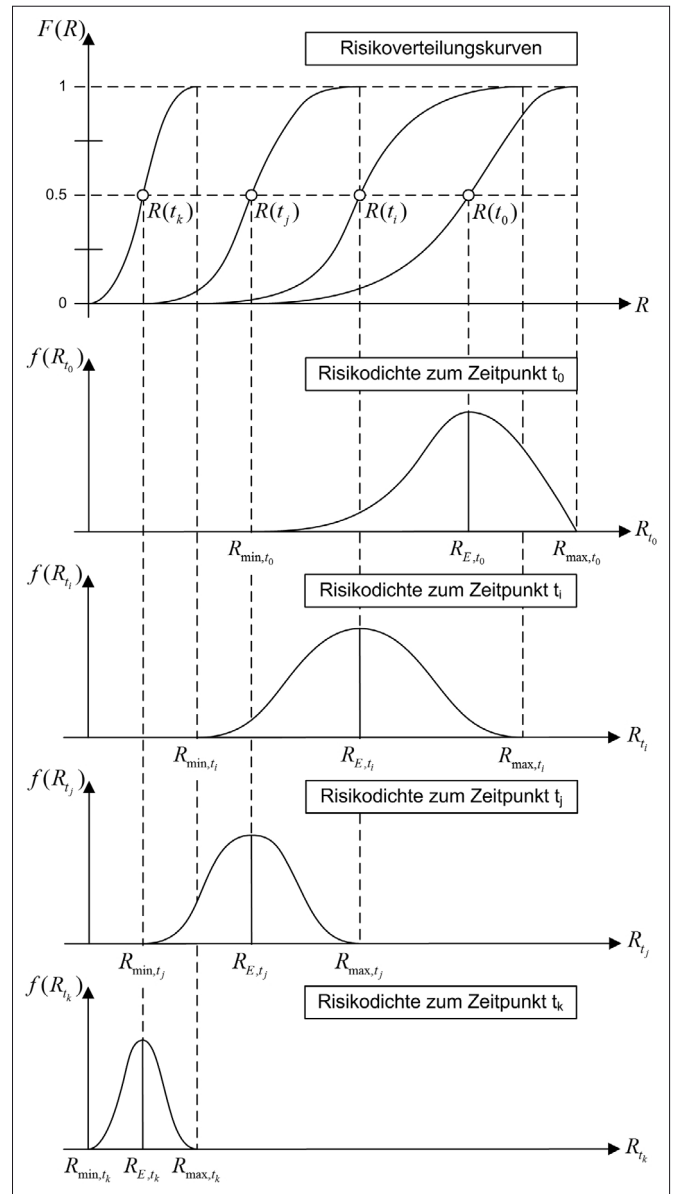


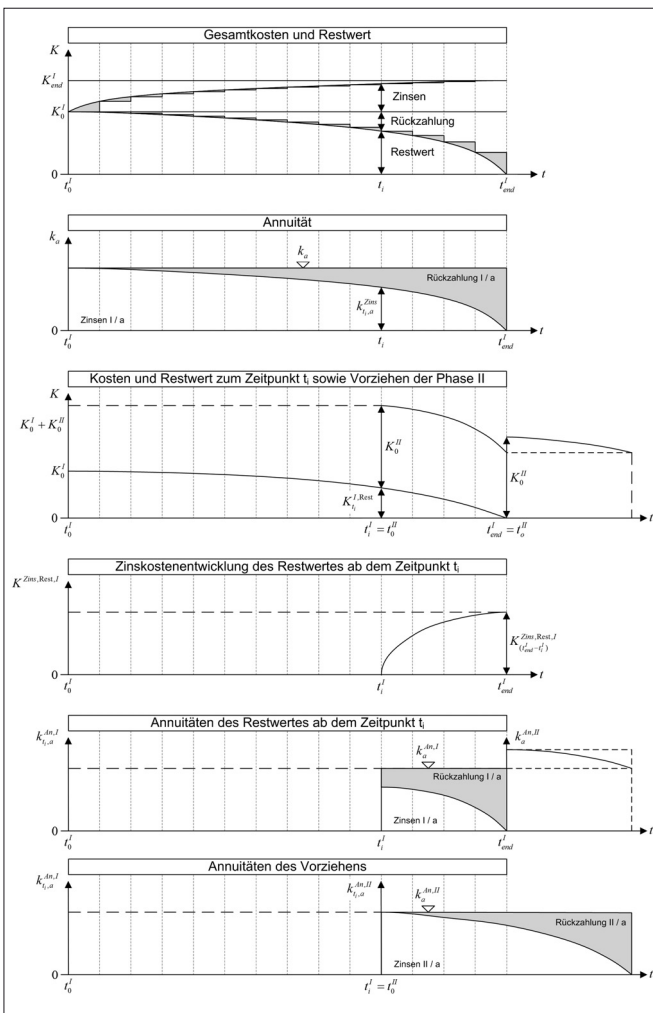
Bild 2. Risikoverteilung über die Konzessionsperiode  
Fig. 2. Risk distribution over the concession period

lung vorhanden ist. Wenn die Risikodeckung nicht sicher gestellt ist, muss die Allokation von kritischen Risiken überprüft werden. Dies bedeutet, dass eine Beschaffung unter Umständen abgebrochen werden muss, wenn keine Risikoallokation gefunden werden kann, die PPP nach einer Kosteneffizienzanalyse priorisiert.

In diesem Beitrag werden die Module 3 und 4 vorgestellt. Dieser Beitrag baut auf der ersten Veröffentlichung im Bauingenieur „Risikominimierung“ mit den Modulen 1 und 2 [1] auf. In einem Folgebeitrag werden die Module 5, 6 und 7 des RA-Modells vorgestellt.

**3 Modul 3: Zeitabhängige Risikoentwicklung in PPP-Projekten**

Im Gegensatz zu temporären Bauprojekten erstrecken sich PPP-Risiken über die Planungs-, Bau- und Betriebsphase mit einem Zielhorizont von 20 bis 30 Jahren. Die zeitliche Risikobeanspruchung ist nicht konstant sondern verändert sich über die Verlaufszeit des Projektes dynamisch (Bild 2).



**Bild 3. Zusatzkosten durch Neubestellung des privaten Partners zum Zeitpunkt  $t_i$  infolge Insolvenz oder Entlassung, mit konstanten Annuitäten**  
 Fig. 3. Additional costs of commissioning a new private partner at point in time  $t_i$  following bankruptcy or dismissal, with fixed annuities

Dementsprechend wird im Folgenden eine Unterteilung der allgemeinen Risikotypen nach zeitlichen Aspekten durchgeführt. Dies steht in Abgrenzung zur in Girmscheid [1] durchgeführten Unterteilung nach Aspekten der Optimierbarkeit.

$$R_i \rightarrow R_h \quad \text{mit } h = \{h \mid h = j \vee h = k \vee h = r\}$$

Zu Beginn der Konzessionsperiode  $t = 0$  sind noch alle Risiken vorhanden – somit liegt die höchste Risikobelastung vor. Mit zunehmender Konzessionszeit treten die Risiken ein ( $R_h = T_h * P_h (W = 1)$ ) oder die Risiken treten nicht ein ( $R_h = T_h * P_h (W = 0) = 0$ ) oder die Tragweite nimmt über die Restkonzessionszeit ab. Somit verringern sich die verbleibenden Risiken über die Restlaufzeit.

Dies wird vor allem bei einem der Crash-Risiken, dem Konkurs der Projektgesellschaft, wie folgt, deutlich:

Zum Zeitpunkt  $t = 0$  treten die höchsten aggregierten Risikokosten auf (welche über den Verlauf der Konzession reduziert werden), durch

- die Neubestellung eines privaten Partners mit Risikokosten für die Übergangsphase,
- die Neuausschreibung für die Betriebsphase mit Übernahme der Garantierisiken,

- das PPP-Entgelt-Risiko durch Ersatzpartner (möglicherweise wird dieses jährlich wesentlich höher sein (akkumuliert auf die Gesamtkonzessionszeit)), und
- technische Risiken und Risiken durch Nutzer und Dritte. Mit fortschreitender Konzessionszeit reduzieren sich die Risiken bis zum Konzessionsende. Die Risikokosten werden für die Bestellung eines Ersatzpartners bei dessen Konkurs, bezogen auf das Projekt, anteilmäßig immer geringer, da am Ende der Konzessionszeit sowieso eine Neubestellung erforderlich ist.

**Bild 3** stellt den Verlust/die Tragweite bei frühzeitigem Ausscheiden des privaten Partners zum Zeitpunkt  $t_i^I = t_0^{II}$  bei progressiver jährlicher Abschreibung und konstanten Annuitäten dar.

Der Index I bedeutet „1. Konzessionsphase“ und der Index II bedeutet „2. Konzessionsphase“. Im obigen Teil beginnt die 2. Konzessionsphase nicht zum Zeitpunkt  $t_{end}^I$ , sondern schon zum Zeitpunkt  $t_i^I$ . Dadurch kann der Restwert der 1. Konzessionsphase nicht voll amortisiert werden.

Aufgrund dieses Beispiels lässt sich verdeutlichen, dass zeitabhängige Risiken eines PPP-Projektes, bedingt durch die lange Laufzeit einer dynamischen Veränderung unterliegen, im Bezug auf den Variablenzeitpunkt  $t_i$ .

Für diese Betrachtung werden die Risiken nach ihrer zeitlichen Periodizität wie folgt unabhängig von ihrer Risikoart eingeteilt:

- Einmalige Risiken: z.B. Konzessionsabbruch
- Aperiodische Risiken: Risiken, die nur in gewissen größeren Zeitabständen auftreten (z.B. Instandsetzung/Erneuerung von Anlagen (Heizung, Fassade, etc.))
- Periodische Risiken: Risiken, die zeitlich kontinuierlich auftreten können, wie z.B. ausufernde Unterhalts-, Instandhaltungs- und Wartungskosten oder ineffektive Arbeitsprozesse

### 3.1 Einmalige Kostenrisiken

Ein einmaliges Risiko mit oft starken Auswirkungen ist z.B. das bereits erörterte Konzessionsabbruchrisiko.

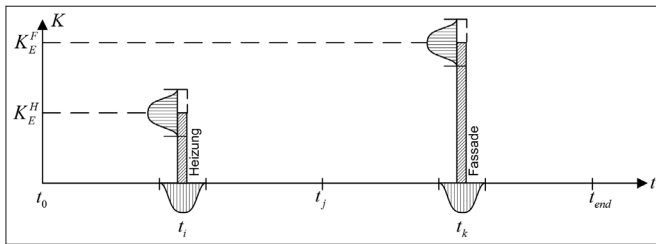
Der Verlust bzw. die Tragweite bei diesem Risiko ergibt sich aus der Integration der restlichen Annuitäten ab dem Zeitpunkt  $t_i^I$  des Ausscheidens (Insolvenz) des Privaten bis zum Ende der Konzessionslaufzeit  $t_{end}^I$ . Diese Betrachtung und Vorgehensweise ist identisch bei allen Kosten für die eine Abschreibung über die gesamte Konzessionszeit vorgesehen ist und durch Abbruch der Konzession oder andere Bedingungen nicht amortisiert werden können.

Die Tragweite der Risiken ergibt sich wie folgt (über Kalkulation):

$$T_{j,t_i}^{Einm} = K_{j,t_i^I}^{Zins} + K_{j,t_i^I}^{Rest} \tag{1}$$

$$T_{j,t_i}^{Einm} = \int_{t_i^I}^{t_{end}^I} k_{j,a}^{An}(t) dt = \int_{t_i^I}^{t_{end}^I} k_{j,a}^{Zins}(t) dt + \int_{t_i^I}^{t_{end}^I} k_{j,a}^{Rück}(t) dt$$

- Mit
- $T_{j,t_i}^{Einm}$  Tragweite des einmaligen Risikos  $j$  zum Zeitpunkt  $t_i^I$
  - $K_{j,t_i^I}^{Zins}$  Residuale Zinskosten beim Eintritt des einmaligen Risikos  $j$  zum Zeitpunkt  $t_i^I$
  - $K_{j,t_i^I}^{Rest}$  Restwert beim Eintritt des einmaligen Risikos  $j$  zum Zeitpunkt  $t_i^I$
  - $k_{j,a}^{An}(t)$  Jährliche Annuität



**Bild 4. Aperiodische technische Kosten- und Zeitrissen bei der Instandsetzung und Erneuerung von Anlagen und Bauteilen**  
 Fig. 4. Non-periodic technical cost and time risks associated with the repair and renewal of systems and components

- $k_{j,a}^{Zins}(t)$  Jährliche Zinsen
- $k_{j,a}^{Rück}(t)$  Jährliche Rückzahlungen
- $t_i^f$  Abbruch der Konzession
- $t_{end}^f$  Ende der Konzessionsperiode

Die Risikokosten werden mit der Eintrittswahrscheinlichkeit und Tragweite ermittelt:

$$R_{j,t_i}^{Einm} = T_{j,t_i}^{Einm} * P_j(W_j) \tag{2}$$

Im Regelfall gibt es nicht nur einen deterministischen Erwartungswert der Tragweite  $T_{j,E,t_i}$ , sondern meist liegt auch die Tragweite in einem Intervall mit einer Normal-, Beta-, Rechtecks- oder Dreiecksdichtefunktion. Somit gilt für die Tragweite:

$$T_{j,t_i}^{Einm} = \left\{ T_{j,t_i}^{Einm} \mid T_{j,t_i}^{Einm} \in \mathbb{R} \text{ mit } T_{j,t_i}^{Einm, \min} \leq T_{j,t_i}^{Einm} \leq T_{j,t_i}^{Einm, \max} \right\} \tag{3}$$

Dabei hat die Eintrittswahrscheinlichkeit  $P_j(W_j)$  folgende Bedeutung:

$P_j(W_j)$  soll zum Beispiel 60 % = 0.6 betragen. Dies bedeutet, dass in einem Zufallsraum mit 1000 Ereignissen 600 Mal das Ereignis  $W = 1$  auftreten wird und damit das Risiko in voller Tragweite. In 400 Fällen würde jedoch das Ereignis auftreten und damit das Risiko nicht wirksam werden.

Die Risikokosten für einmalige Risiken kann man also schlussendlich auch folgendermaßen ausdrücken:

$$R_{j,t_i}^{Einm} = \left\{ R_{j,t_i}^{Einm} \mid R_{j,t_i}^{Einm} = T_{j,t_i}^{Einm}(p_{j,t_i}) * P_j(W_j) = \begin{pmatrix} 0 & \text{für } P_j(W_j = 0) = 1 - \alpha \\ T_{j,t_i}^{Einm} & \text{für } P_j(W_j = 1) = \alpha \end{pmatrix} \right\} \tag{4}$$

Diese Formulierung ist auch Grundlage bei einer Monte-Carlo-Simulation. Bei der Praktikermethode, die nur von deterministischen Mittelwerten bzw. Erwartungswerten ausgeht, gilt:

$$R_{j,E,t_i}^{Einm} = T_{j,E,t_i}^{Einm} * P_{j,t_i}$$

- Mit  $R_{j,t_i}^{Einm}$  Risikokosten von einmaligen Risiken  $j$  zum Zeitpunkt  $t_i$ , z. B. Konkurs der PPP-Projektgesellschaft
- $R_{j,E,t_i}$  Erwartungswert der Risikokosten
- $T_{j,t_i}^{Einm}$  Tragweite von einmaligen Risiken  $j$  zum Zeitpunkt  $t_i$

- $T_{j,E,t_i}$  Erwartungswert der Tragweite
- $P_j(W_j)$  Eintrittswahrscheinlichkeit von einmaligen Risiken  $j$  mit  $P_j(W_j) \in [0;1]$  und  $W_j = (0 \vee 1)$
- $T_{j,t_i}^{Einm, 5\%}$  5%-Fraktile des Tragweitenintervalls mit Dichteverteilung
- $T_{j,t_i}^{Einm}$  Erwartungswerte der Tragweite mit Dichteverteilung
- $T_{j,t_i}^{Einm, 95\%}$  95%-Fraktile des Tragweitenintervalls mit Dichteverteilung
- $q$  Zins

### 3.2 Aperiodische Kostenrisiken

Die zeitliche Veränderung betrifft auch die aperiodischen Risiken (Bild 4). Wenn bereits zum Zeitpunkt  $t_i$  die Heizung erneuert wurde, besteht zum Zeitpunkt  $t_j$  nicht mehr das Kosten- oder das Zeitpunktrisiko des Versagens. Es entsteht nur weiterhin das Unterhaltskostenrisiko.

So besteht zum Zeitpunkt  $t_i$  sowohl das Kostenrisiko als auch das Zeitrisko (für alle Erneuerungs- und Instandsetzungsmaßnahmen) z. B. für die Heizungs- und Fassadenerneuerung.

Das Kosten- und Zeitabweichungsrisiko für die Erneuerung von Anlagen und Teilsystemen, wie die Fassaden eines Gebäudes, kann wie folgt formuliert werden:

$$R_{k,t_i}^{Aperio} = R_{k,t_i}^{Ern} = \{ \Delta K_{k,t_i, Sys}^{Ern} \mid \Delta K_{k,t_i, Sys}^{Ern} = (K_{k,t_i, Sys}^{Ern} - K_{k,t_i, Sys, E}^{Ern}) * P_{k,t_i}^{Kost}(W_{k,t_i}^{Kost}) + K_{k,t_i, Sys}^{Ern} (1 + q)^{(\Delta t_k \mid \Delta t_k = (t_k^{+-} - t_{k,E})) * P_{j,t_i}^{Zeit}(W_{j,t_i}^{Zeit})} \} \tag{5}$$

mit  $K_{k,t_i, Sys}^{Ern} \in [K_{k,t_i, \min}^{Ern} 5\%; K_{k,t_i, \max}^{Ern} 95\%]$   
 mit  $t_k^{+-} \in [t_{k,t_i, 5\%}^{+-}; t_{k,t_i, 95\%}^{+-}]$

- Mit  $R_{k,t_i, Sys}^{Ern}$  Risikokosten von aperiodischen Risiken  $k$  zum Zeitpunkt  $t_i$  (z. B. Erneuerung von Anlagen oder Bauteilen)
- $K_{k,t_i, Sys}^{Ern}$  Realkosten von aperiodischen Risiken  $k$  zum Zeitpunkt  $t_i$  in einem Intervall mit Dichtefunktion
- $K_{k,E,t_i, Sys}^{Ern}$  Erwartungswert der Realkosten von aperiodischen Risiken  $k$  zum Zeitpunkt  $t_i$
- $K_{k,t_i, \min}^{Ern} 5\%$  5%-Fraktile der Realkosten von aperiodischen Risiken  $k$  zum Zeitpunkt  $t_i$
- $K_{k,t_i, \max}^{Ern} 95\%$  95%-Fraktile der Realkosten von aperiodischen Risiken  $k$  zum Zeitpunkt  $t_i$
- $P_{k,t_i}^{Kost}(W_{k,t_i}^{Kost})$  Eintrittswahrscheinlichkeit der Kostenabweichung von dem Erwartungswert der Realkosten mit  $P_j(W_j) \in [0;1]$  und  $W_j = (0 \vee 1)$
- $\Delta t_k$  Zeitliche Verschiebung der Erneuerung vom Erwartungszeitpunkt
- $t_k^{+-}$  Ereignis vor (-) oder nach (+) Erwartungszeitpunkt
- $t_{k,E}$  Erwarteter Zeitpunkt der Erneuerung
- $t_{k,t_i, 5\%}^{+-}$  5%-Fraktile der Abweichung vom erwarteten Zeitpunkt
- $t_{k,t_i, 95\%}^{+-}$  95%-Fraktile der Abweichung vom erwarteten Zeitpunkt
- $P_{k,t_i}^{Zeit}(W_{k,t_i}^{Zeit})$  Eintrittswahrscheinlichkeit der zeitlichen Verschiebung vom erwarteten Zeitpunkt mit  $P_j(W_j) \in [0;1]$  und  $W_j = (0 \vee 1)$
- $k = \{k \mid k = \text{Heizung} \vee k = \text{Dach} \vee k = \text{Fassade} \vee k = \dots\}$



### 3.3 Periodische Kostenrisiken

Zu den periodischen Kostenrisiken zählen die laufenden Kosten für

- Administration
- Reinigung
- Wartung
- Instandhaltung
- Etc.

Diese Kosten können zum Zeitpunkt  $t = 0$  in einer relativ engen Bandbreite ermittelt werden. Für die Kostenentwicklung in der Zukunft muss der Preisindex berücksichtigt werden. Jedoch können die Kosten zum Zeitpunkt  $t_0$  aufgrund Unsicherheiten des Marktpreises oder des Leistungsumfangs schwanken. Ferner wird der Preisindex für die Zukunft meist auf retrospektivem Datenmaterial extrapoliert und ist somit auch einer Bandbreite unterworfen.

Damit wird deutlich, dass die Kosten sowie der Teuerungsindex in einem Intervall um einen Erwartungswert herum liegen. Diese Unsicherheit kann sich zu einer Chance sowie zu einer Gefahr entwickeln, ein typisches Risiko.

Die Kosten- und Inflationsindizes können auf Güter und Dienstleistungen bezogen werden:

$$\mu I = \begin{bmatrix} LI \\ MI \\ AI \\ BI \\ PI \end{bmatrix} \quad (6)$$

Mit

- $LI$  Lohnindex
- $MI$  Materialindex
- $AI$  Anlagenindex
- $BI$  Bauindex
- $PI$  Preisindex

Die unsichere Entwicklung dieser Güter und Dienstleistungen wird folgendermaßen im Intervall ausgedrückt:

$\mu I = \{\mu I | \mu I \in (\mu I_{\min}; \mu I_{\max})\}$  Die Risikokosten der periodischen Risiken ergeben sich einerseits aus der Abweichung von den erwarteten jährlichen Kosten zu Konzessionsbeginn  $t = 0$  und andererseits aus der Abweichung von der erwarteten Teuerungsrate über den Konzessionsverlauf wie folgt:

$$R_{r,t_i}^{Perio} = \sum_{t=0}^{t_i} \Delta k_{r,t_0} * (1 + \mu I)^t + \sum_{t=0}^{t_i} k_{r,t_0,E} * \left[ (1 + \mu I + \Delta \mu I)^t + (1 + \mu I)^t \right] \quad (7)$$

mit  $\Delta k_{r,t_0} = k_{r,t_0} - k_{r,t_0,E}$   
 $k_{r,t_0} \in [k_{r,t_0,\min}; k_{r,t_0,\max}]$

Mit:

- $k_{r,t_0,E}$  Erwartete jährliche Kosten zum Zeitpunkt  $t = 0$  für entsprechende laufende Leistungen
- $k_{r,t_0}$  Mögliche jährliche Kosten zum Zeitpunkt  $t = 0$  für entsprechende laufende Leistungen
- $\Delta \mu I$  Mögliche Abweichung von der erwarteten Teuerungsrate (+/-)

### 4 Modul 4: Risikobelastungsanalyse in äquidistanten Zeitabständen

Die Risiken des jeweiligen Projektzeithorizontes müssen aggregiert werden um zum jeweiligen Betrachtungszeitraum die Gesamt-Risikobelastung zu erhalten.

Der Erwartungswert der Risikokosten eines PPP-Projektes ergibt sich wie folgt:

$$R_{E,(t_i-t_{end})} = \sum_{t=t_i}^{t_{end}} \left( \sum_{j=1}^n R_{j,E,t}^{Einn} + \sum_{k=1}^m R_{k,E,t}^{Aperio} + \sum_{r=1}^o R_{r,E,t}^{Perio} \right) \quad (8)$$

Mit

- $R_{E,(t_i-t_{end})}$  Erwartungswert der Gesamtrisiken im Zeitintervall  $(t_i - t_{end})$
- $R_{j,E,t}^{Einn}$  Erwartungswert der einmaligen Risiken  $j$  zum Zeitpunkt  $t$
- $R_{k,E,t}^{Aperio}$  Erwartungswert der aperiodischen Risiken  $k$  zum Zeitpunkt  $t$
- $R_{r,E,t}^{Perio}$  Erwartungswert der periodischen Risiken  $r$  zum Zeitpunkt  $t$

Die Analyse des Risikos beginnt zum Zeitpunkt  $t_0$  und wird während des Projektverlaufes, z.B. in Zeitabständen von 5 Jahren, „neu“ prospektiv durchgeführt. Ferner sollte die Risikoanalyse jährlich nachgeführt werden. Die Entscheidungsanalyse für die Verteilung der Risiken jedoch erfolgt zum Zeitpunkt  $t_i = t_0 = 0$ . Die Risikobelastung im Zeitintervall  $(t_i - t_{end})$  kann durch ihre Tragweite und Eintrittswahrscheinlichkeit wie folgt dargestellt werden:

$$R_{E,(t_i-t_{end})} = \left( \sum_{j=1}^n T_{j,E,(t_i-t_{end})}^{Einn} (p_j) * P_j(W_j) \right) + \left( \sum_{k=1}^m T_{k,E,(t_i-t_{end})}^{Aperio} (p_k) * P_k(W_k) \right) + \left( \sum_{r=1}^o T_{r,E,(t_i-t_{end})}^{Perio} (p_r) * P_r(W_r) \right) \quad (9)$$

Mit

- $T_{j,E,(t_i-t_{end})}^{Einn} (p_j)$  Erwartungswert der Tragweite von einmaligen Risiken  $j$  im Zeitintervall  $(t_i - t_{end})$
- $P_j(W_j)$  Eintrittswahrscheinlichkeit von einmaligen Risiken  $j$
- $T_{k,E,(t_i-t_{end})}^{Aperio} (p_k)$  Erwartungswert der Tragweite von aperiodischen Risiken  $k$  im Zeitintervall  $(t_i - t_{end})$
- $P_k(W_k)$  Eintrittswahrscheinlichkeit von aperiodischen Risiken  $k$
- $T_{r,E,(t_i-t_{end})}^{Perio} (p_r)$  Erwartungswert der Tragweite von periodischen Risiken  $r$  im Zeitintervall  $(t_i - t_{end})$
- $P_r(W_r)$  Eintrittswahrscheinlichkeit von periodischen Risiken  $r$
- $p_{j/k/r}$  Dichtefunktion der jeweiligen Tragweite von Risiken  $j/k/r$
- $W_{j/k/r}$  Digitalzahl  $W_{j/k/r} = (0 \vee 1)$  bezüglich Ereigniseintritts

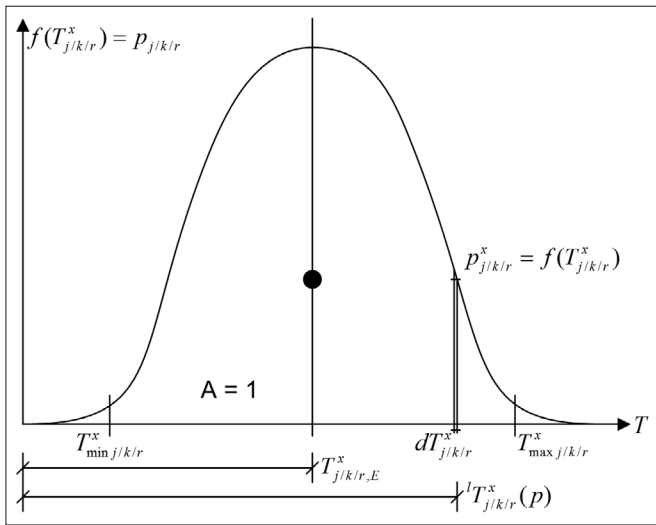


Bild 5. Tragweitendichtfunktion – Ermittlung des Erwartungswertes  
Fig. 5. Impact density function – Calculation of the expected value

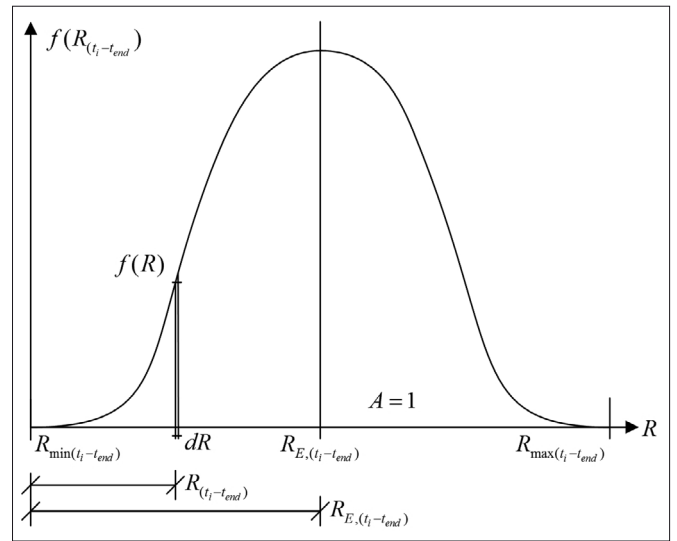


Bild 6. Risikodichteverteilung mit Risikoerwartungswert im Zeitintervall (t\_i - t\_end)  
Fig. 6. Risk density distribution with expected risk value in time interval (t\_i - t\_end)

Die Dichtefunktion der Risikotragweiten liegt in den Intervallen:

$$\left\{ T_{j/k/r,(t_i-t_{end})}^x(p_{j/k/r}) \mid T_{j/k/r,(t_i-t_{end})}^x(p_{j/k/r}) \in \mathbb{R} \right\} \quad (10)$$

$$(T_{min j/k/r,(t_i-t_{end})}^x; T_{max j/k/r,(t_i-t_{end})}^x) \in \mathbb{R}$$

Mit

$$x = \{x \mid x = Einm \vee x = Aperio \vee x = Perio\}$$

$$f(T_{j/k/r}^x) = p_{j/k/r}$$

Aufgrund der normierten Dichtefunktion für die Tragweiten der Einzelrisiken kann der Erwartungswert  $T_{j/k/r,E}^x$  mittels statischen Schwerpunktsatzes wie folgt formuliert werden (Bild 5):

$$T_{j/k/r,E}^x \cdot 1 = \int_{T_{min j/k/r}^x}^{T_{max j/k/r}^x} T_{j/k/r}^x(p) * p_{j/k/r}^x * dT_{j/k/r}^x(p) \quad (11)$$

Die probabilistische Aggregation der Risikobelastung soll mittels Monte-Carlo-Simulation erfolgen, um nicht nur einen Erwartungswert zu beurteilen, sondern das gesamte Risikointervall und dessen Dichtefunktion.

Die Monte-Carlo-Simulation (MCS) ist ein hervorragend geeignetes Instrument, um einzelne Risiken durch Simulation verschiedener Szenarien  $l$  zu einem Gesamtprojektrisiko zu kumulieren oder um sämtliche Projektrisiken auf der Ebene der PPP-Projektgesellschaft zu aggregieren.

Die MCS wird angewandt, um mittels Zufallszahlen (z.B. Latin Hypercube) zufallsbedingte Risikoereignisse in jedem Szenario  $l$  zu generieren, welches eines von vielen Simulationsdurchläufen repräsentiert (Berechnungen). Das MCS verwendet zwei Zufallszahlen:

- Die erste Zufallszahl  $Z(W)_{j/k/r,t_i} = (0 \vee 1)$  bestimmt das Ein- bzw. Nichteintreten eines Risikos  $j/k/r$ . Im Falle der Eintrittswahrscheinlichkeit von  $P(W)_{j/k/r,t_i} = \alpha_{j/k/r,t_i}$  wird in sämtlichen Simulationsdurchläufen  $l = n_1 < \infty$  die Eintrittszufallszahl  $Z(W)_{j/k/r,t_i} = 0$  in  $1 - \alpha_{j/k/r,t_i}$  Fällen nicht eintreten und für  $Z(W)_{j/k/r,t_i} = 1$  in  $\alpha_{j/k/r,t_i}$  Fällen eintreten.

- Die zweite Zufallszahl  $Z(T_{j/k/r,t_i}) = \{Z(T_{j/k/r,t_i}) \in \mathbb{R} \mid (0 \leq Z(T_{j/k/r,t_i}) \leq 1)\}$  dient zur Bestimmung der Ausprägung der Tragweite, welche aus der kumulativen Verteilungsfunktion der Risikokostentragweite  $F(T_{j/k/r,t_i})$  eines jeden Risikos  $j/k/r$  im spezifischen Simulationsdurchlauf  $l$  ermittelt wird.

Mittels MSC werden in den  $l > n_1 \sim 10'000$  Szenarien bzw. Simulationen folgende Rechenabläufe durchgeführt:

1. Ermittlung der Risikokosten des Risikos  $j/k/r$  im Intervall der Tragweite  $[T_{min j/k/r,t_i}; T_{max j/k/r,t_i}]$  des Szenarios  $l$ :

$${}^l R_{j/k/r,(t_i-t_{end})} = \{ {}^l R_{j/k/r,(t_i-t_{end})} \mid {}^l R_{j/k/r,(t_i-t_{end})} = \quad (12)$$

$$\begin{aligned} & {}^l T_{j/k/r,(t_i-t_{end})}^x(p_{j/k/r,(t_i-t_{end})}) * {}^l P_{j/k/r,(t_i-t_{end})}(W_{j/k/r}) \\ & = \begin{cases} 0 & \text{für } {}^l P_{j/k/r,(t_i-t_{end})}(W_j = 0) = 1 - \alpha \\ {}^l T_{j/k/r,(t_i-t_{end})} & \text{für } {}^l P_{j/k/r,(t_i-t_{end})}(W_j = 0) = \alpha \end{cases} \end{aligned}$$

2. Die Gesamtrisikokosten der betrachteten Zeitspanne ( $t_i - t_{end}$ ) im Szenario  $l$  ergeben sich wie folgt:

$${}^l R_{(t_i-t_{end})} = \sum_{j/k/r=1}^{n/m/o} {}^l R_{j/k/r,(t_i-t_{end})} \quad (13)$$

Die Gesamtrisikoverteilung der Dichtefunktion (Bild 6) ergibt sich nach Durchlauf von  $l > \text{e.g., } 10'000$  Szenarien:

$$R_{(t_i-t_{end})}(p) = \{ R_{(t_i-t_{end})}(p) \in \mathbb{R} \mid (R_{min(t_i-t_{end})} \leq R_{E,(t_i-t_{end})} \leq R_{max(t_i-t_{end})}) \in \mathbb{R} \} \quad (14)$$

Die erwarteten Risikokosten der Restlaufzeit des Projektes ( $t_i - t_{end}$ ) können folgendermaßen von der durch MCS entwickelten Dichtefunktion abgeleitet werden:

$$R_{E,(t_i-t_{end})} = \int_{R_{min}}^{R_{max}} R_{(t_i-t_{end})} * f(R) * dR \quad (15)$$

Tabelle 1. Ausgangsdaten zur Berechnung des Restrisikos (Ausschnitt)  
 Table 1. Original data for calculating the residual risk (excerpt)

City-Arealüberbauung, Zürich		Ausgangsdaten zur Ermittlung der PPP-Risikokosten auf Angebot Nr. 59/2003							
Nr.	Bezeichnung	Modellierung des Risikoeintritts		Modellierung der Tragweite					
		Eintretenswahrscheinlichkeit $P_{W_{j/k/r}}$ [%]	Wahrscheinlichkeitsdichte $f(W)$	Minimaler Schaden $T_{min}$ [€]	Wahrscheinlicher Schaden $T_E$ [€]	Maximaler Schaden $T_{max}$ [€]	Dichtefunktion $f(T_{j/k/r})$	Mittelwert $T_{E,j/k/r}$	Standardabweichung $\sigma_{T,j/k/r}$
1.	Leistungsbeschreibung unvollständig	60 %		100'000	150'000	300'000		166'667	35'635
2.	Extreme Qualitätsanforderungen des Architekten	80 %		60'000	85'000	110'000		85'000	14'434

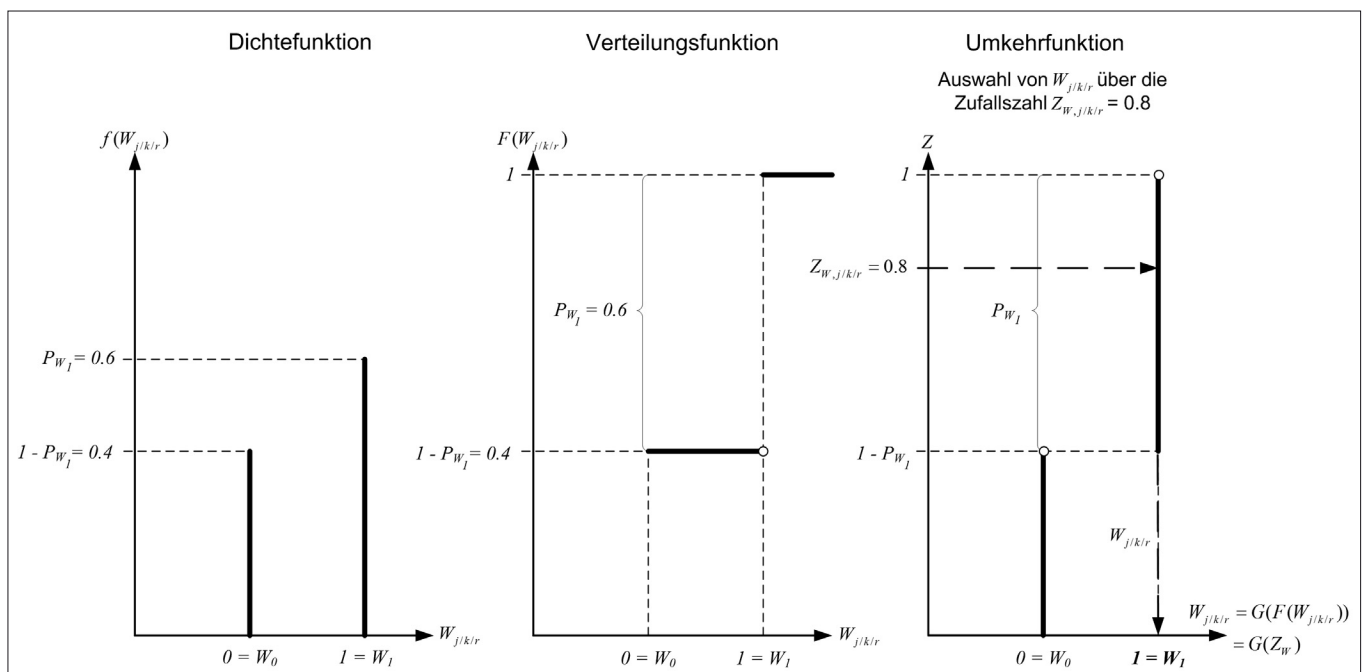


Bild 7. Dichtefunktion, Verteilungsfunktion und Umkehrfunktion für den Eintritt des Risikos  $j/k/r$   
 Fig. 7. Probability density, distribution function and inverse function for the occurrence of risk  $j/k/r$

Alternativ können die erwarteten Risikokosten nach  $l = n_1$  Szenarios folgendermaßen ermittelt werden:

$$R_{E,(t_i-t_{end})} = \sum_{l=1}^{n_1} \left( \sum_{j=1}^n ({}^l T_{j,(t_i-t_{end})}^{Einm})(p_j) * {}^l p_j \right) * P_j(W_j) \quad (16)$$

$$+ \sum_{k=1}^m ({}^l T_{k,(t_i-t_{end})}^{Aperio})(p_k) * {}^l p_k * P_k(W_k)$$

$$+ \sum_{r=1}^o ({}^l T_{r,(t_i-t_{end})}^{Perio})(p_r) * {}^l p_r * P_r(W_r)$$

#### 4.1 Anwendung der Monte-Carlo-Simulation bei der Ermittlung der Dichte- und Verteilungsfunktion von Risikokosten

Die Monte-Carlo-Simulation erfordert eine große Anzahl von Simulationsdurchläufen, wobei jeder Durchlauf einem möglichen Risikoszenario mit der Kombination verschiedener zufallsbedingter Risikoereignisse innerhalb des betrachteten Projekts entspricht. Die Simulation möglicher Risikoszenarien z.B. für ein PPP-Projekt erfolgt mit Hilfe von Zufallszahlen und den in **Tabelle 1** beispielhaft dargestellten Ausgangsdaten.

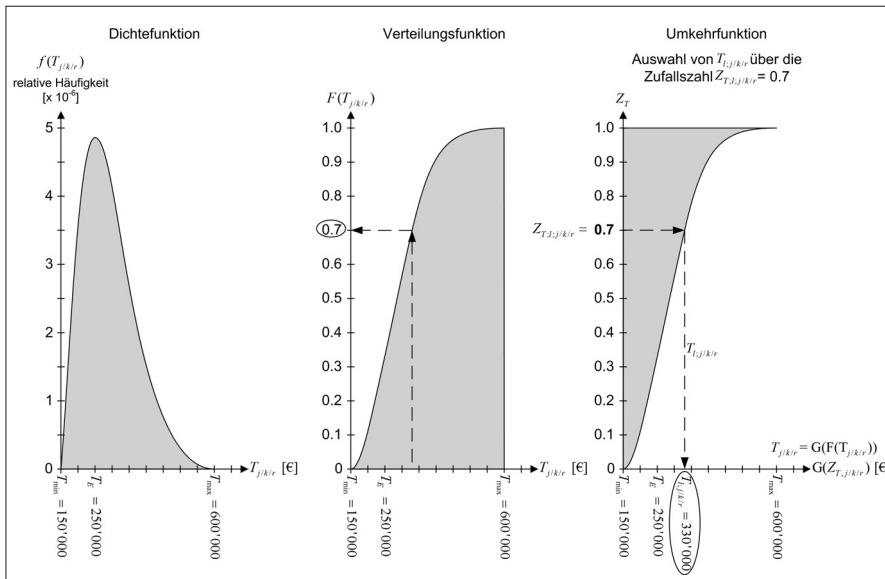


Bild 8. Exemplarische Dichte-, Verteilungs- und Umkehrfunktion für die Tragweite  $T_{j/k/r}$  des Risikos  $j/k/r$   
 Fig. 8. Possible density, distribution and inverse function for impact  $T_{j/k/r}$  of risk  $j/k/r$

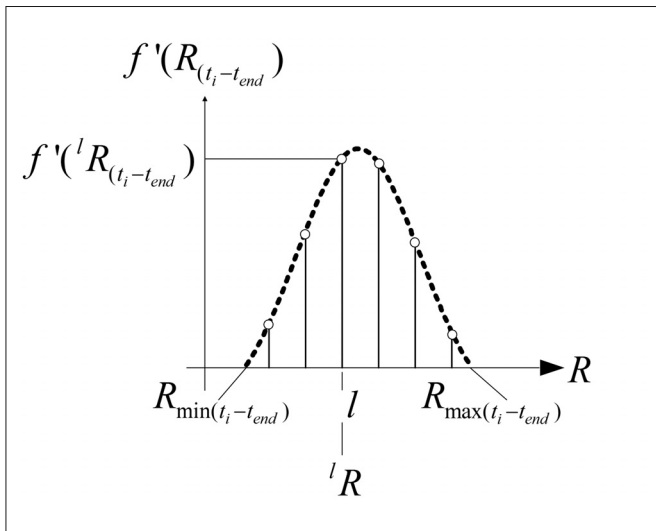


Bild 9. Dichtefunktion der Risikokosten des PPP-Projektes auf Basis der MC Simulation  
 Fig. 9. Density function of the risk costs of the PPP project based on the MC simulation

4.1.1 Simulation des Eintritts  $W_{j/k/r}$  des Einzelrisikos  $j/k/r$  im Simulationsdurchlauf  $l$

Da ein Risiko zwar eintreten kann, aber nicht zwingend muss, ist es notwendig, für den Eintritt eine Wahrscheinlichkeit  $P_{W_{1;j/k/r}}$  abzuschätzen. Mit ihr kann nun die Wahrscheinlichkeitsdichte  $f(W)$  und die Verteilungsfunktion  $F(W)$  für die diskrete Zufallsvariable  $W_{j/k/r}$  „Risikoeintritt“ in Form einer Digitalfunktion, die die Ausprägungen  $W_{j/k/r} = (0 \vee 1)$  annehmen kann, zur Aktivierung des Risikoeintritts gebildet werden.

$$f(W) = \begin{cases} P_{W_{1;j/k/r}} & \text{für } W = W_1 = 1 \\ 1 - P_{W_{1;j/k/r}} & \text{für } W = W_0 = 0 \end{cases} \quad (17)$$

mit  $W \in [0;1]$  und  $0 \leq P_{W_{1;j/k/r}} \leq 1$

- Mit
- $f(W_{j/k/r})$  Wahrscheinlichkeit der Zufallsvariablen  $W_{j/k/r}$
  - $P_{W_{1;j/k/r}}$  Eintrittswahrscheinlichkeit des Einzelrisikos  $j/k/r$
  - $W_1$  Ausprägung der Zufallsvariable  $W_{j/k/r}$  für „Risikoeintritt“
  - $W_0$  Ausprägung der Zufallsvariable  $W_{j/k/r}$  für „Risiko tritt nicht ein“

Das Ereignis „Risikoeintritt“ erhält den Wert  $W_{j/k/r} = W_1 = 1$ , das Ereignis „Risiko tritt nicht ein“ den Wert  $W_{j/k/r} = W_0 = 0$ . Die Werte  $W_{j/k/r} = 0$  und  $W_{j/k/r} = 1$  dienen als Multiplikator für die Tragweite zur Bestimmung der Risikokosten in der jeweiligen Projektsimulation. Für eine Eintrittswahrscheinlichkeit  $P_{W_{1;j/k/r}}$  des Einzelrisikos  $j/k/r$  von 60 % sind die Dichtefunktion und die Verteilungsfunktion in Bild 7 dargestellt.

Mittels der Zufallszahl  $Z_{W;j/k/r}$  wird über die Umkehrfunktion  $G(F(W_{j/k/r}))$  der Wert von  $W_{j/k/r}$  für den Simulationslauf  $l$  und das Einzelrisiko  $j/k/r$  ermittelt und damit bestimmt, ob das Risiko im Simulationslauf  $l$  eintritt ( $W_1 = 1$ ) oder nicht ( $W_0 = 0$ ).

$$G(F(W)_{j/k/r}) = G(Z_{W,j/k/r}) = {}^lW_{j/k/r} \quad (18)$$

mit  $0 \leq Z_{W,j/k/r} \leq 1$

- Mit
- $G(F(W)_{j/k/r})$  Umkehrfunktion von  $F(W)_{j/k/r}$
  - ${}^lW_{j/k/r}$  ( $0 \vee 1$ ); Ausprägung der Zufallsvariable  $W_{j/k/r}$  des Einzelrisikos  $j/k/r$  im Simulationslauf  $l$
  - ${}^lZ_{W,j/k/r}$  Zufallszahl zur Bestimmung von  $W_{j/k/r}$  des Einzelrisikos  $j/k/r$  im Simulationslauf  $l$

Da das Verfahren des Latin Hypercube Sampling ein „internes Gedächtnis“ besitzt, und bereits ausgewählte Intervalle nicht mehr gezogen werden können, tritt das Einzelrisiko  $j/k/r$  mit einer Eintrittswahrscheinlichkeit  $P(W) = 1$  bei z. B. 1'000 Iterationsläufen genau 600 Mal auf; der Wert für  $W$  ist gleich eins. In den anderen 400 Fällen tritt es nicht auf, der Wert für  $W$  ist deshalb null.

4.1.2 Simulation des Tragweite  $T_{j/k/r}$  des Einzelrisikos  $j/k/r$  im Simulationsdurchlauf  $l$

Tritt ein Einzelrisiko  $j/k/r$  ein, so kommt es zu einem Schaden. In welcher genauen Höhe dieser Schaden allerdings liegt, ist in den wenigsten Fällen vorauszusagen. Es ist sicherer, für diesen Risikoschaden eine Bandbreite, d. h. ein Intervall, in dem die Tragweite liegt, anzugeben. Für die Grobmodellierung der Tragweite mangels genauer Ist-daten haben sich die Dreiecksverteilung, Normalverteilung und die BetaPERT-Verteilung bewährt. Die Dichtefunktion  $f(T_{j/k/r})$  dieser Verteilungen ist durch die drei Werte  $T_{\min}$  „minimaler Schaden“,  $T_E$  „erwarteter Schaden“ und  $T_{\max}$  „maximaler Schaden“ definiert. Aus der Dichtefunktion der Tragweite  $f(T_{j/k/r})$  bildet man eine Verteilungsfunktion  $F(T_{j/k/r})$  der Tragweite  $T_{j/k/r}$ . Für eine BetaPERT-Verteilung ergeben sich folgende Formeln:



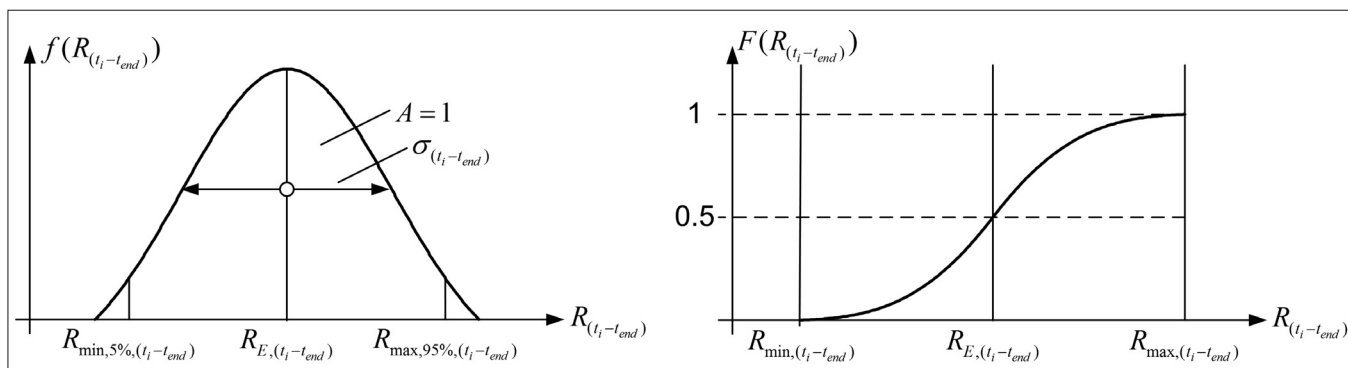


Bild 10. Dichtefunktion und kumulative Verteilungsfunktion der Risikokosten des PPP-Projektes im Zeitraum  $(t_i - t_{end})$   
 Fig. 10. Probability density function and cumulative distribution function of the risk costs of the PPP project during period  $(t_i - t_{end})$

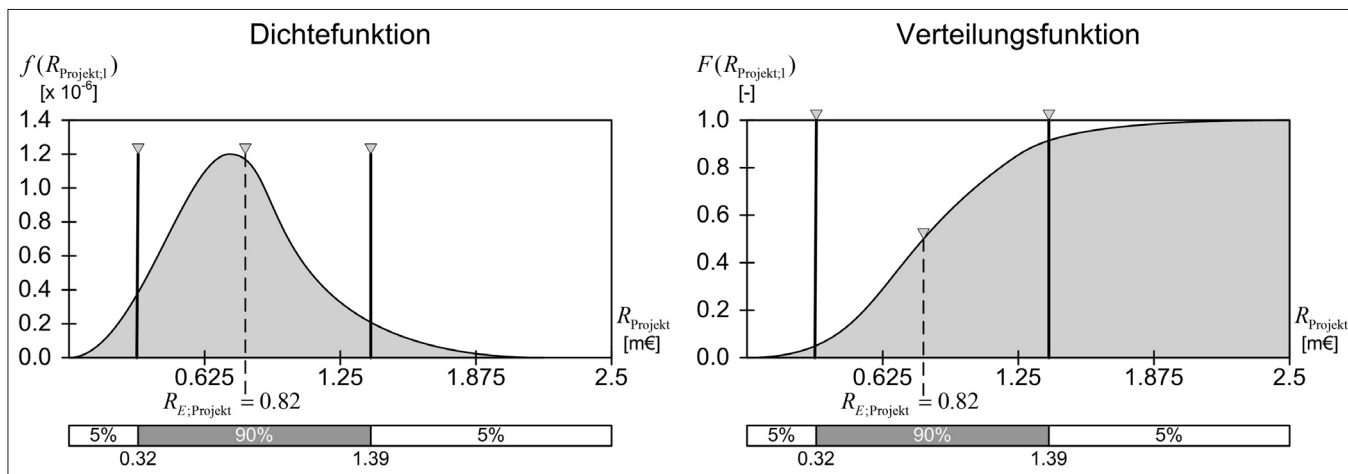


Bild 11. Graphische Darstellung der Ergebnisse der Monte-Carlo-Simulation als Dichtefunktion  $f(R_{(t_i-t_{end})})$  und Verteilungsfunktion  $F(R_{(t_i-t_{end})})$  der PPP-Risikokosten für den Zeitraum  $(t_i - t_{end})$   
 Fig. 11. Graphs of the results of the Monte Carlo simulation in the form of a density function  $f(R_{(t_i-t_{end})})$  and a distribution function  $F(R_{(t_i-t_{end})})$  for the risk costs in the time period  $(t_i - t_{end})$

$$f(T_{j/k/r}) = \text{BetaPERT}(T_{\min}, T_E, T_{\max}) \quad (19)$$

mit  $T_{\min} \leq T_{j/k/r} \leq T_{\max}$

$$F(T_{j/k/r}) = \int_{T_{\min}}^{T_{j/k/r}} f(T_{j/k/r}) dT_{j/k/r}$$

Mit

$f(T_{j/k/r})$  Dichtefunktion der Zufallsvariable der Tragweite

$T_{j/k/r}$

$T_{\min}$  Minimale Tragweite des Einzelrisikos  $j/k/r$

$T_E$  Erwartete Tragweite des Einzelrisikos  $j/k/r$

$T_{\max}$  Maximale Tragweite des Einzelrisikos  $j/k/r$

$F(T_{j/k/r})$  Verteilungsfunktion der Zufallsvariable der Tragweite  $T_{j/k/r}$

In Bild 8 ist die BetaPERT-Verteilung für die Tragweite  $T_{j/k/r}$  eines Einzelrisikos  $j/k/r$  mit den Werten  $T_{\min} = 150'000$  €,  $T_E = 250'000$  € und  $T_{\max} = 600'000$  € in Form einer Dichte-, Verteilungs- und Umkehrfunktion dargestellt.

Mit Hilfe einer Zufallszahl  $Z_{j/k/r}$ , die dem Funktionswert  $F(T_{j/k/r})$  entspricht, wird über die Umkehrfunktion  $G(F(T))$  der Wert der Tragweite  $T_{j/k/r}$  im aktuellen Szenario  $l$  für das Risiko  $j/k/r$  bestimmt.

$$G(F(T_{j/k/r})) = G(Z_{T,j/k/r}) = T_{j/k/r} \quad (20)$$

mit  $0 \leq Z_{T,j/k/r} \leq 1$

Mit

$G(F(T_{j/k/r}))$  Umkehrfunktion von  $F(T_{j/k/r})$

$Z_{T,j/k/r}$  Zufallszahl zur Bestimmung der Tragweite  $T_{j/k/r}$  des Einzelrisikos  $j/k/r$  im Simulationsdurchlauf  $l$

$T_{j/k/r}$  Ausprägung der Zufallsvariable  $T_{j/k/r}$  des Einzelrisikos  $j/k/r$  im Simulationsdurchlauf  $l$

#### 4.1.3 Risikokosten $R_{j/k/r}$ des Einzelrisikos $j/k/r$ im Simulationsdurchlauf $l$

Die Höhe der Risikokosten des Einzelrisikos  $j/k/r$  im Simulationslauf  $l$  ergeben sich aus dem Produkt der Zufallsvariablen  $W_{j/k/r}$  und der zugehörigen Tragweite  $T_{j/k/r}$ . Die Höhe der Risikokosten  $R_{j/k/r}$  entspricht für den Fall, dass das Risiko im Simulationsdurchlauf eintritt ( $W_{j/k/r} = 1$ ), der Tragweite  $T_{j/k/r}$ . Generell ergeben sich die Risikokosten eines Einzelrisikos  $j/k/r$  im Simulationslauf  $l$  aus folgender Berechnung:

Risikokosten des Einzelrisikos  $j/k/r$  im Simulationslauf  $l$ :

$$R_{j/k/r} = \begin{cases} R_{j/k/r} & | R_{j/k/r} = W_{j/k/r} \times T_{j/k/r} = \begin{cases} 0 & \text{für } W_{j/k/r} = 0 \\ T_{j/k/r} & \text{für } W_{j/k/r} = 1 \end{cases} \end{cases} \quad (21)$$

$$= \begin{cases} R_{j/k/r} & | R_{j/k/r} = G(F(W_{j/k/r})) \times G(F(T_{j/k/r})) = \begin{cases} 0 & \text{für } W_{j/k/r} = 0 \\ T_{j/k/r} & \text{für } W_{j/k/r} = 1 \end{cases} \end{cases}$$

$$= \begin{cases} R_{j/k/r} & | R_{j/k/r} = G(Z_{W,j/k/r}) \times G(Z_{T,j/k/r}) = \begin{cases} 0 & \text{für } W_{j/k/r} = 0 \\ T_{j/k/r} & \text{für } W_{j/k/r} = 1 \end{cases} \end{cases}$$

**Tabelle 2. Spreadsheet der Monte-Carlo-Simulation für einen Simulationslauf  $l$ , basierend auf MS-Excel®**  
 Table 2. Monte Carlo simulation spreadsheet for one simulation run  $l$ , based on MS-Excel®

City-Arealüberbauung, Zürich Monte-Carlo-Simulation der Risikokosten $R_{Projekt}$ zur Bestimmung des Risikozuschlags auf Angebot Nr. 59/2003								
Nr. Bezeichnung	Modellierung des Risikoeintritts		Modellierung der Tragweite					Risikokosten
	Eintretenswahrscheinlichkeit	Zufallsvariable des Risikoeintritts	Dichtefunktion	Minimaler Schaden	Wahrscheinlicher Schaden	Maximaler Schaden	Zufallsvariable der Tragweite	Kosten der Einzelrisiken (im Simulationsdurchlauf $l$ )
	$P_{W_{j/k/r}}$ [%]	$W_{j/k/r}$ [€]	$f(T_{j/k/r})$	$T_{min}$ [€]	$T_{mod}$ [€]	$T_{max}$ [€]	$T_{j/k/r}$ [€]	$R_{j/k/r}$ [€]
1. Leistungsbeschreibung unvollständig	60 %	1	BetaPERT	100'000	150'000	300'000	166'667	166'667
2. Extreme Qualitätsanforderungen des Architekten	80 %	1	Gleich	60'000	85'000	110'000	85'000	85'000
3. Ausführungsfrist: Konventionstrafe	90 %	1	Dreieck	45'000	150'000	175'000	123'333	123'333
4. Bonität/Zahlungsmoral des Bauherrn	40 %	0	Dreieck	200'000	266'000	340'000	268'667	0
5. Baugrund: Schlechter als erwartet	25 %	0	BetaPERT	150'000	250'000	500'000	275'000	0
6. Altlasten im Baugrund: Bodenaushub	15 %	0	BetaPERT	35'000	70'000	120'000	72'500	0
7. Altlasten im Baugrund: Deponiegebühr	15 %	0	BetaPERT	70'000	140'000	200'000	138'333	0
8. Dichtigkeit der Baugrubensohle	25 %	0	BetaPERT	80'000	150'000	250'000	155'000	0
9. Funktionsgarantie Lüftung - Fassade	20 %	0	Dreieck	150'000	300'000	450'000	300'000	0
10. Qualitätsmängel bei der Schlitzwand	10 %	0	BetaPERT	75'000	120'000	250'000	134'167	0
11. Fremdleistungskalkulation Haustechnik	30 %	0	BetaPERT	100'000	200'000	350'000	208'333	0
12. Fremdleistungskalkulation Fassade	25 %	0	BetaPERT	200'000	320'000	450'000	321'667	0
13. Bauphysik: Raumakustik	25 %	0	Gleich	25'000	35'000	45'000	35'000	0
14. Konkurs des NU für die Baumeisterarbeiten	35 %	0	BetaPERT	50'000	120'000	180'000	118'333	0
15. 10-jährige Gewährleistung für die Dachabdichtung	35 %	0	Dreieck	30'000	75'000	125'000	76'667	0
				$\Sigma T_{min}$ : 1'370'000	$\Sigma T_{mod}$ : 2'431'000	$\Sigma T_{max}$ : 3'845'000	$\Sigma T_{jk}$ : 2'478'667	$R_{Projekt,j}$ : 375'000

184

- ${}^l T_{j/k/r}$  Ausprägung der Zufallsvariable  $T_{j/k/r}$  des Einzelrisikos  $j/k/r$  im Simulationslauf  $l$
- ${}^l W_{j/k/r}$  Ausprägung der Zufallsvariable  $W_{j/k/r}$  des Einzelrisikos  $j/k/r$  im Simulationslauf  $l$
- $n/m/o$  Anzahl der Einzelrisiken
- $n_1$  Gesamtzahl der Simulationsläufe
- ${}^l R_E$  Erwartungswert der Risikokosten des PPP-Projektes
- ${}^l R_{min}$  Minimum der Risikokosten des PPP-Projektes
- ${}^l R_{max}$  Maximum der Risikokosten des PPP-Projektes
- ${}^l R_{95}$  95%-Fraktile der Risikokosten des PPP-Projektes
- ${}^l R_5$  5%-Fraktile der Risikokosten des PPP-Projektes
- $\sigma$  Standardabweichung der Risikokosten des PPP-Projektes
- ${}^l Z_{W,j/k/r}$  Zufallszahl zur Auswahl, ob das Einzelrisiko  $j/k/r$  im Simulationsdurchlauf  $l$  auftritt
- ${}^l Z_{T,j/k/r}$  Zufallszahl zur Auswahl der Tragweitemausprägung  ${}^l T_{j/k/r}$  des Einzelrisikos  $j/k/r$  im Simulationsdurchlauf  $l$

Die MCS-Dichtefunktion  $f'$  der PPP-Projektrisikokosten wird zur Vereinfachung in der weiteren Betrachtung auf die Fläche  $A = 1$  normiert (Bild 9):

$$f(R_{(t_i - t_{end})}) = f \frac{f'(R_{(t_i - t_{end})})}{\int_{R_{min}}^{R_{max}} f'(R_{(t_i - t_{end})}) * dR} \quad (25)$$

- Der Erwartungswert der Risikokosten des PPP-Projekts im Zeitraum  $(t_i - t_{end})$  (Bild 10):

$$R_{E,(t_i - t_{end})} = \int_{R_{min}}^{R_{max}} R_{(t_i - t_{end})} * f(R_{(t_i - t_{end})}) * dR \quad (26)$$

- Die Varianz der Risikokosten des PPP-Projekts im Zeitraum  $(t_i - t_{end})$ :

$$\sigma_{(t_i - t_{end})}^2 = \int_{R_{min}}^{R_{max}} (R_{(t_i - t_{end})} - R_{E,(t_i - t_{end})})^2 * f(R_{(t_i - t_{end})}) * dR \quad (27)$$

$$f(R_{(t_i - t_{end})}) = f(R_{E,(t_i - t_{end})}; \sigma_{(t_i - t_{end})}^2)$$

PPP-Projektrisikokosten im Simulationsdurchlauf  $l$ :

$${}^l R = \sum_{j/k/r=0}^{m/n/o} {}^l R_{j/k/r} \quad \text{mit } 1 \leq j/k/r \leq n/m/o \quad (22)$$

Bei entsprechend hoher Anzahl  $l = n_1$  von Simulation ergeben sich:

- Dichtefunktion der PPP-Projektrisikokosten:

$$f(R_{(t_i - t_{end})}) = f(R_{E,(t_i - t_{end})}; \sigma_{(t_i - t_{end})}^2) \quad (23)$$

Die Dichtefunktion ist charakterisiert durch den Erwartungswert  ${}^l R_{E,(t_i - t_{end})}$  und die Varianz  $\sigma_{(t_i - t_{end})}^2$ .

- Verteilungsfunktion der PPP-Projektrisikokosten:

$$F({}^l R_{(t_i - t_{end})}) = \int f({}^l R_{E,(t_i - t_{end})}; \sigma_{(t_i - t_{end})}^2) * dR \quad (24)$$

Mit

$$(Z_{W,j/k/r}; Z_{T,j/k/r}) = \{Z_{x,j/k/r} \in \mathbb{R} \mid 0 \leq Z_{x,j/k/r} \leq 1 \text{ mit } x = (P_{W1,j/k/r} \vee T_{j/k/r})\}$$

- Mit
- ${}^l R_{j/k/r}$  Zufallsvariable der Risikokosten des Einzelrisikos  $j/k/r$  im Simulationslauf  $l$
  - ${}^l R$  Gesamttrisikokosten eines Simulationslaufes  $l$
  - $G(F(W_{j/k/r}))$  Umkehrfunktion von  $F(W_{j/k/r})$
  - $G(F(T_{j/k/r}))$  Umkehrfunktion von  $F(T_{j/k/r})$

#### 4.2 Fallbeispiel zur Durchführung der Monte-Carlo-Simulation

Das PPP-Projektrisiko  $R_{(t_i - t_{end})}$  im Fallbeispiel setzt sich aus 15 Einzelrisiken zusammen. In Tabelle 2 ist das benötigte Spreadsheet für die auf dem Latin Hypercube Sampling basierende Monte-Carlo-Simulation dargestellt. Es enthält lediglich das Ergebnis eines Simulationsdurchlaufs  $l$ . Wenn  $n_1 = 10'000$  Simulationsdurchläufe benötigt werden, so wertet die verwendete Software das Spreadsheet 10'000 Mal aus und sammelt die Ergebnisse für  $R_{(t_i - t_{end})}$ . Ihre Auswertung ergibt nach der Normierung auf  $A = 1$  eine Dichtefunktion  $f(R_{(t_i - t_{end})})$  sowie eine Verteilungsfunktion  $F(R_{(t_i - t_{end})})$ . Für 10'000 Simulationsdurchläufe ergeben sich für das Fallbeispiel die Graphen in Bild 11. Die Simulation resultiert in einem Erwartungswert der Risikokosten  $R_{E,(t_i - t_{end})}$  in Höhe von 818'908 € und einer Standardabweichung  $\sigma_{(t_i - t_{end})}$  von 326'444 €.

Falls zwischen zwei oder mehreren Risiken Abhängigkeiten in Form von Korrelationskoeffizienten bestehen, so lassen sich diese mit Hilfe einer Korrelationsmatrix relativ einfach in der Simulation berücksichtigen. Auf die verschiedenen Methoden der Einbindung der Korrelation beim Sampling sei auf die Fachliteratur verwiesen [4].

Mit den Ergebnisgraphen kann in Abhängigkeit von einem statistischen Sicherheitsniveau  $a$  ein spezifischer kalkulatorischer Risikozuschlag  $R_{\text{kalk};a}$  für die identifizierten Risiken des PPP-Projektes ausgewählt werden.

Ausschlaggebend für die Verwendung der Monte-Carlo-Simulation sind mehrere Anforderungen der Risikoanalyse:

- Ein Gesamtrisiko setzt sich häufig aus verschiedenen Einflussgrößen (Teilrisiken) zusammen. In diesem Fall muss die Korrelation der Teilrisiken berücksichtigt werden.
- Empirische Daten stehen für die Risikoprognose nicht zur Verfügung. Sie müssen mit Hilfe von Expertenschätzungen in einer vernünftigen Bandbreite nachgebildet werden.
- Die Bandbreite der Eintrittswahrscheinlichkeit und Tragweite der Risiken wird durch die Dichtefunktion gewichtet.

Die Verwendung der Monte-Carlo-Simulation bietet im Gegensatz zu anderen Techniken weitere Vorteile:

- Abhängigkeiten zwischen Teilrisiken können über Korrelationsmatrizen einfach modelliert werden.
- Die Präzision der Analyse kann durch eine Steigerung der Iterationsschritte einfach erhöht werden.
- Aufwendige mathematische Funktionen (z.B. Logarithmus- oder Exponentialfunktionen und „Wenn-dann“-Anweisungen) können in das Modell integriert werden.
- Da die MCS eine anerkannte Simulationstechnik ist, werden die Resultate eine breitere Akzeptanz finden.
- Das Modellverhalten kann ohne großen Aufwand untersucht werden.
- Änderungen am Modell können schnell eingearbeitet und mit früheren Resultaten verglichen werden.

## 5 Fazit

In diesem Beitrag wurde das Teilmodell „Zeitliche Risikobelastung“ des RA-Grundmodells vorgestellt. Mit diesem Teilmodell steht der Praxis ein Beurteilungstool zur Verfügung, um den zeitlichen Verlauf der Risikobelastung im Rahmen eines PPP-Projektes zu beurteilen. Damit wird dem Praktiker deutlich, wann welche Risiken im zeitlichen Verlauf sowie in den jeweiligen Größenordnungen mit ihrer probabilistischen Verteilung auftreten. Damit ergänzt das Teilmodell „Zeitliche Risikobelastung“ das Teilmodell von Teil 1 „Risikominimierung“ [1] zur Beurteilung der Risikowirkung. Zudem bildet das Teilmodell „Zeitliche Risikobelastung“ die Grundlage für das 3. Teilmodell „Risikotragfähigkeit“. In diesem abschließenden Teilmodell wird die Risikoallokation nach dem ökonomischen Minimalprinzip des 1. Teilmodells „Risikominimierung“ [1] im Rahmen der „zeitlichen Risikobelastung“ des 2. Teilmodells auf die „Risikotragfähigkeit“ des privaten Partners bzw. der PPP-Projektgesellschaft überprüft. Dadurch soll sichergestellt werden, dass die Risikoallokation, die für das PPP-Projekt zu den minimalsten Risikokosten führt, auch im zeitlichen Verlauf von der PPP-Projektgesellschaft in allen Phasen getragen werden kann.

## Literatur

- [1] *Girmscheid, G.*: Risikoallokationsmodell (RA-Modell): Risikominimierung – Der kritische Erfolgsfaktor für Public Private Partnerships Teil 1. In: Bauingenieur 86, 2011
- [2] *Girmscheid, G., Busch, T. A.*: Unternehmensrisikomanagement in der Bauwirtschaft, Berlin: Bauwerk: 2008
- [3] *Girmscheid, G.*: Holistic Probabilistic Risk Management Process Model for Project-Oriented Enterprises, Eigenverlag des IBB an der ETH Zürich: 2007
- [4] *Vose, D.*: Quantitative risk analysis a guide to Monte Carlo simulation modelling, Chichester [etc.]: Wiley:1996